

INGRESOS TRIBUTARIOS EN GUATEMALA (1995-2021):
UN ANÁLISIS DE SERIES CRONOLÓGICAS

por

Julio H. Cole

Profesor de Economía
Universidad Francisco Marroquín
Guatemala, C.A.

Resumen.

Como herramientas de análisis, los modelos de series cronológicas se usan para dos tipos de aplicación: (1) cuando se emplean como técnicas de pronóstico, lo que se busca es proyectar la probable trayectoria de una variable de interés durante cierto número de períodos futuros; (2) en el análisis de intervenciones, los modelos estimados se utilizan para evaluar el efecto de una perturbación significativa sobre el proceso analizado. En este trabajo utilizamos ambos tipos de aplicación para analizar los ingresos tributarios mensuales del gobierno central de Guatemala. En la Sección 2 analizamos los datos del período 2010 a 2019, con el objeto de comparar la eficacia relativa de dos modelos alternativos: (a) el modelo ARIMA (Box-Jenkins), y (b) el modelo de “alisamiento exponencial con estacionalidad multiplicativa” (Holt-Winters). En la Sección 3 utilizamos los datos post-2019 para estimar el efecto sobre la recaudación fiscal de las medidas de emergencia implementadas para combatir la pandemia del Covid-19.

Palabras clave: Modelos ARIMA, Box-Jenkins, Holt-Winters, Alisamiento exponencial, Covid-19, Ingresos tributarios, Recaudación fiscal

[Primer borrador: Marzo 13, 2021]

[Versión revisada: Sept 6, 2021]

1 — Introducción

El análisis de series cronológicas ha demostrado ser una técnica muy útil para facilitar pronósticos a corto plazo en una amplia gama de contextos aplicados. Todos los modelos estadísticos de series cronológicas se basan en el análisis de la historia de un proceso, para hacer proyecciones sobre el probable comportamiento futuro del mismo. Estos modelos se pueden clasificar en dos grandes grupos: los modelos *extrapolativos* se basan en la identificación de tendencias y estacionalidades en los datos históricos, mientras que los modelos *auto-regresivos* se basan en correlaciones entre valores rezagados del proceso analizado. Dentro del primer grupo, el que más comúnmente se usa en la práctica es el llamado modelo Holt-Winters (Holt, 1957; Winters, 1960; Chatfield, 1978; Roberts, 1982; Goodwin, 2010; Stellwagen, 2012), mientras que el método auto-regresivo más popular es el modelo ARIMA, también conocido como “modelo Box-Jenkins” (Box y Jenkins, 1970; Newbold, 1975; Harvey, 1990; Wang, 2008; Stellwagen y Tashman, 2013). Existe una literatura muy extensa sobre las propiedades y aplicaciones de estos métodos, y aunque ha habido un gran desarrollo en cuanto a las técnicas computacionales en décadas recientes, la teoría básica que fundamenta dichos métodos no ha cambiado mayormente desde que fueron planteados inicialmente.

Las aplicaciones de estos modelos tienen básicamente dos propósitos diferentes:

- 1) *Técnicas de Pronóstico*. En estas aplicaciones el propósito no es analítico sino estrictamente predictivo, y lo que se busca es estimar la trayectoria de la variable de interés durante cierto número de períodos futuros.
- 2) *Análisis de Intervenciones*. En estas aplicaciones se utilizan los modelos estimados para evaluar el efecto de una perturbación significativa. Para esto, se compara el comportamiento observado de la variable analizada durante un período posterior a la

perturbación, contra una estimación de lo que hubiera sucedido con dicha variable *en ausencia de dicha perturbación*. En este caso, la estimación también es una predicción, pero no es un pronóstico de eventos futuros sino un cálculo contra-fáctico para un período ya transcurrido.

En este trabajo utilizamos ambos tipos de aplicaciones para analizar los ingresos tributarios mensuales del gobierno central de Guatemala. En la Sección 2 analizamos los datos del período 2010 a 2019, con el objeto de comparar la eficacia relativa de los dos métodos ya mencionados, y en la Sección 3 utilizamos los datos post-2019 para estimar el efecto sobre la recaudación fiscal de las medidas de emergencia implementadas para combatir la pandemia del Covid-19.

2 — *Eficacia relativa de los modelos Holt-Winters y Box-Jenkins*

El *alisamiento exponencial* (“Exponential Smoothing”) es una técnica muy popular en aplicaciones gerenciales, y una de sus principales características es que, al generar los pronósticos, se le da más peso a la historia reciente que al pasado más distante. El modelo Holt-Winters es un método de alisamiento exponencial que supone que una serie cronológica tiene tres componentes básicos que son relativamente fáciles de interpretar: nivel, tendencia y estacionalidad. El *nivel* representa el promedio actual de los datos, la *tendencia* indica el cambio promedio esperado, y los *factores estacionales* muestran el patrón de variación entre sucesivos meses o trimestres (o incluso períodos más cortos). Una vez estimados los valores actuales del nivel, la tendencia y la estacionalidad de la serie analizada, estos valores se utilizan para calcular los pronósticos.

Box y Jenkins (1970) popularizaron un método alternativo que denominaron ARIMA por sus siglas en inglés (“Auto-Regressive Integrated Moving Average”), aunque muchas

veces también se usa la expresión “modelo Box-Jenkins.” Este método es similar al modelo Holt-Winters, dado que también sirve para identificar tendencias y patrones estacionales, pero además incorpora un tipo adicional de información, el patrón de *auto-correlaciones* en la serie estudiada, que no es una tendencia ni una estacionalidad, sino una especie de continuidad en el efecto de un período sobre períodos subsiguientes. Debido al uso de la información contenida en estas auto-correlaciones, el modelo Box-Jenkins es matemáticamente más complejo que el modelo Holt-Winters, y por tanto es más difícil de interpretar conceptualmente.

Los modelos ARIMA inicialmente generaron mucho entusiasmo debido a que, bajo ciertas condiciones, generan predicciones “óptimas”, lo que significa que los errores del modelo no contienen ninguna información que pueda contribuir a mejorar los pronósticos. (Técnicamente, se dice que dichos errores son “ruido blanco”.) No obstante, esto no significa que los modelos ARIMA son siempre mejores que otros modelos alternativos, porque en la práctica los datos muchas veces no cumplen con los supuestos requeridos. De hecho, muchos estudios empíricos muestran que, a pesar de su superioridad teórica, los modelos ARIMA no siempre funcionan mejor que otros métodos basados en fundamentos teóricos más sencillos, y en la práctica la “optimalidad” teórica muchas veces no se traduce en superioridad real (Roberts y Harrison, 1984; Gardner, 1985, 2006; Fildes y Makridakis, 1995; Makridakis y Hibon, 2000; Goldstein y Gigerenzer, 2009).

2.1. *Resultados empíricos.*

Los aspectos técnicos de ambos tipos de modelos son bien conocidos, y se pueden encontrar explicaciones relativamente detalladas en diversos textos sobre el tema (por ejemplo, Nelson, 1973; Goodrich, 1989; Montgomery, Johnson y Gardiner, 1990;

Hamilton, 1994; Enders, 1995; Makridakis, Wheelright y Hyndman, 1997; Ord y Fildes, 2013). En esta sección haremos una comparación empírica del desempeño práctico de estos dos tipos de modelo para la predicción de la serie “Ingresos Tributarios del Gobierno Central de Guatemala” para un período de 10 años (2010 a 2019). Los datos básicos para el estudio se muestran en el Cuadro 1.

Para ilustrar los estadísticos de evaluación, los cálculos detallados para el año 2010 se muestran en el Cuadro 2, tanto para el modelo Holt-Winters (Panel A) como para el modelo Box-Jenkins (Panel B). Los pronósticos para los doce meses de 2010 fueron realizados en base a modelos calculados con los datos mensuales de 1995 a 2009. El modelo Holt-Winters es un modelo de alisamiento exponencial con estacionalidad multiplicativa, y el modelo Box-Jenkins es un modelo ARIMA (0,1,1)(0,1,1)₁₂ con transformación logarítmica.¹

En la primera columna de cada panel se indican los meses respectivos, y en las siguientes columnas se muestran los valores pronosticados con cada método, el valor real de cada mes, y los errores correspondientes. Las sumas indican el total anual de las tres columnas, y aquí podemos apreciar que el modelo Box-Jenkins funcionó mucho mejor que el Holt-Winters para pronosticar el total anual de la serie analizada: los ingresos tributarios dieron un total de 34,772 millones de quetzales en el año 2010, por lo que el pronóstico Holt-Winters de 33,608.3 millones dio un error de 1,163.7 millones (equivalente a 3.35 %), mientras que el pronóstico Box-Jenkins de 34,706.4 millones dio un error mucho menor: 65.6 millones de quetzales (0.19 %).

¹ Los modelos fueron estimados por medio del software “Forecast Pro”, Versión 4.1, desarrollado por la firma Business Forecast Systems, Inc. (Belmont, Massachusetts, USA). La identificación del modelo ARIMA fue efectuada por el propio programa.

En la columna titulada EPA (Error Porcentual Absoluto) se muestra el valor absoluto de los errores mensuales, expresados como porcentaje de los valores observados en cada mes. El promedio de estos errores porcentuales, conocido como MAPE por sus siglas en inglés (“Mean Absolute Percentage Error”) es utilizado como una medida comparativa de la precisión en los pronósticos mensuales. Aquí se puede apreciar que, aunque el Box-Jenkins no siempre dio el mejor resultado en cada mes individual (en tres de los meses el error porcentual fue más pequeño para el Holt-Winters), en conjunto el mejor resultado lo dio nuevamente el Box-Jenkins: en promedio, el error porcentual en los pronósticos mensuales fue de 2.91 %, en términos absolutos, comparado con 4.35 % para el Holt-Winters.

En la última columna de cada panel se muestra, para cada mes, el error cuadrado. La raíz cuadrada del promedio aritmético de estos errores cuadrados, conocida como RMSE por sus siglas en inglés (“Root Mean Squared Error”), también se utiliza como una medida complementaria de la precisión en los pronósticos, y se puede interpretar como la desviación estándar de los errores mensuales. Para este estadístico, el Box-Jenkins nuevamente dio el mejor resultado: un error cuadrático medio de 115.4 millones/mes, comparado con 147.6 millones/mes para el Holt-Winters.

Este análisis se repitió para todos los años siguientes, de 2011 a 2019. Para cada año, se estimaron los dos modelos usando los datos desde Enero de 1995 hasta Diciembre del año anterior al pronosticado, se realizaron los pronósticos de los doce meses del año correspondiente, y para cada año se realizó un análisis comparativo similar al del Cuadro 2. El Cuadro 3 resume los resultados de estos análisis comparativos.

Aunque el modelo Box-Jenkins dominó en el año 2010, en los años siguientes este dominio no se observó uniformemente. En el año 2011 hubo un aumento inesperadamente

grande en la recaudación tributaria, y ninguno de los modelos pudo pronosticar acertadamente este resultado. En los demás años, el error anual fue generalmente muy bajo para ambos modelos, y en tres de esos años el pronóstico Holt-Winters fue mejor que el Box-Jenkins.

En conjunto, el promedio del error porcentual anual fue ligeramente menor para el Box-Jenkins, aunque la diferencia no es realmente muy grande: 2.29 % versus 2.99 %.² Para los demás estadísticos de evaluación, los resultados para los dos modelos son muy parecidos: en términos del MAPE mensual, el promedio fue de 4.36 % para el Box-Jenkins y 4.45 % para el Holt-Winters, y el RMSE también es, en promedio, prácticamente idéntico para ambos modelos (221.06 millones/mes y 227.19 millones/mes, respectivamente).

2.2. Estabilidad del proceso subyacente.

Los modelos de series cronológicas funcionan razonablemente bien cuando podemos suponer cierto grado de continuidad entre el pasado y el futuro, i.e., que las regularidades observadas en el pasado reflejan cierta estabilidad en el proceso analizado, lo que a su vez justifica la suposición de que estas regularidades seguirán observándose en el futuro, al menos en el corto plazo. En el caso concreto de los ingresos tributarios en Guatemala, este supuesto parece válido, lo cual se confirma por la relativa eficacia de los pronósticos durante el período analizado, y también por ciertas características de los modelos estimados.

Un aspecto interesante del modelo Holt-Winters, por ejemplo, son los *factores estacionales*, un componente clave en la estructura de dicho modelo. Estos factores son

² Para calcular estos promedios se tomaron los valores absolutos de los errores anuales.

muy importantes para el cálculo de los pronósticos mensuales, pero también son interesantes por sí mismos ya que facilitan la interpretación y comprensión del modelo estimado. Los factores estacionales estimados para cada uno de los años pronosticados se muestran en el Cuadro 4. La primera fila nos indica, por ejemplo, que para el año 2010 se estimaba que la recaudación tributaria en Enero estaría poco más de 16 % por encima del promedio anual, mientras que la recaudación en Febrero sería casi 20 % *menor* que el promedio anual, en Marzo poco más de 9 % por encima, y así sucesivamente. Puesto que el método Holt-Winters se basa en un proceso de cálculo que da mayor peso a las observaciones del pasado más reciente, y puesto que para cada año el modelo se reestimó incorporando los datos históricos del año inmediatamente anterior, significa que los factores estacionales estimados para cada año sucesivo tenderían a ser muy variables si el proceso subyacente fuera muy inestable. Por otro lado, si dicho proceso es en realidad relativamente estable, entonces los factores estacionales estimados no deberían variar mucho de un año a otro, y lo que se observa en el Cuadro 4 es precisamente esto último. De hecho, el único mes que muestra cierto grado de variabilidad en sus factores estacionales es el mes de Marzo.³

Debido a su mayor complejidad matemática, los parámetros de los modelos Box-Jenkins no son tan fácilmente interpretables pero, en general, si un proceso es muy volátil y/o inestable lo que se observa es que, a medida que se van añadiendo nuevas observaciones a la muestra, los parámetros estimados tienden a variar mucho, y los

³ La desviación estándar de los factores estacionales para este mes (resaltado en negritas) es casi tres veces mayor que el promedio para los otros 11 meses. Esta variación debe tener alguna explicación, pero no es algo que pueda determinarse mediante el análisis de la serie cronológica, exclusivamente. Para poder explicarlo necesitaríamos alguna información adicional a la contenida en la mera estadística histórica.

algoritmos automáticos muchas veces generan modelos ARIMA con especificaciones muy diferentes. En este caso, sin embargo, para todos los años el algoritmo generó el mismo modelo ARIMA $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$, el cual depende de dos coeficientes, llamados $b[1]$ y $B[1]$. El Cuadro 5 muestra los valores de estos coeficientes para los modelos estimados, y se puede observar que estos coeficientes de hecho varían muy poco, año con año, lo cual tiende a reforzar la idea de que el proceso subyacente es más o menos estable.

3 — *Impacto fiscal del Covid-19*

La pandemia global del Covid-19 tuvo un enorme impacto a nivel global, en términos de mortalidad y salud pública, y también en términos económicos debido al efecto de las restricciones impuestas por el estado de emergencia, y uno de los efectos más notorios de estas restricciones fue una abrupta reducción en la recaudación fiscal en prácticamente todos los países del mundo. Guatemala no fue una excepción, y se puede observar en el Cuadro 1 que la recaudación tributaria anual bajó de 62,593.6 millones de quetzales en 2019, a 60,279.4 millones en 2020, una reducción de 3.7 %.⁴

Esta reducción sin duda se debió al efecto de las medidas impuestas para combatir el Covid-19, aunque sería incorrecto tomar esto como una medición del efecto *total* de dichas medidas, porque esta no es realmente la comparación relevante. La recaudación fiscal del año 2020 no debería compararse con la recaudación del año anterior, sino contra una estimación de lo que *hubiera sido* la recaudación en 2020 si no hubiera ocurrido la pandemia.

⁴ Durante el período estudiado, la única otra vez que ocurrió una reducción en los ingresos tributarios anuales fue en 2009 (-4.6 %), que probablemente se debió a los efectos en Guatemala de la recesión mundial de 2008-2009.

En el Cuadro 6 y en la Gráfica 1 se muestra la comparación de los pronósticos para los dos modelos, estimados con los datos hasta Diciembre de 2019, contra los ingresos tributarios observados en cada mes del año 2020 y los primeros siete meses del 2021. Por supuesto que la pandemia del Covid-19 fue algo completamente imprevisible, y ningún método de pronóstico hubiera podido anticiparse a un evento de esa naturaleza. Por esto, no es sorprendente que ambos modelos fallan como pronósticos *ex ante*, y en la gráfica esto es muy visible. Por otro lado, puesto que sabemos que los modelos funcionaron bastante bien en los años previos, podríamos tomar los pronósticos para 2020 y 2021 como una estimación razonable de lo que se esperaba recaudar en condiciones *normales*, y la diferencia entre la recaudación esperada y la observada podría tomarse como una estimación, *ex post*, del efecto de una intervención en el proceso (i.e., el impacto del Covid-19 y las medidas de emergencia implementadas⁵).

Tanto en el Cuadro 6 como en la gráfica se puede apreciar que ambos modelos generan esencialmente los mismos pronósticos. Al parecer, en la práctica los dos modelos son caracterizaciones equivalentes del mismo proceso subyacente. Si comparamos los totales anuales, la reducción en la recaudación anual en el 2020 fue de poco más de 5,900 millones de quetzales (-8.93 %) según el pronóstico Box-Jenkins, y de 5,500 millones de quetzales (-8.36 %), según el pronóstico Holt-Winters.

Si examinamos los datos mes por mes, se puede apreciar que en Enero y Febrero del 2020 la recaudación fue de hecho ligeramente mayor que la esperada, aunque la diferencia está dentro del margen de error esperado para estos modelos. En Guatemala las medidas de emergencia por el Covid-19 se implementaron a partir de Marzo 2020, y en ese mes se nota

⁵ Es posible que otros factores hayan cambiado también, pero para el año 2020 es difícil pensar en algún otro factor que haya tenido un impacto comparable al de la pandemia de Covid-19.

una reducción muy grande (más de 30 % para ambos modelos). En Abril hubo una recuperación, pero luego en los meses de Mayo, Junio, Julio y Agosto las recaudaciones fueron nuevamente mucho menores que las esperadas. En Septiembre la recaudación también fue un poco menor a la esperada, pero aquí la diferencia está dentro del margen de error esperado basado en la experiencia para estos modelos en años anteriores. Todo parece indicar que, luego de una crisis fuerte que duró varios meses, la recaudación tributaria en Guatemala logró normalizarse a partir de Septiembre del 2020, y a partir de Octubre de ese año los valores mensuales coinciden prácticamente con las predicciones de los modelos estimados, y algunos casos las superan.⁶

4 — Conclusiones

Las previsiones sobre la probable recaudación tributaria son obviamente un elemento importante para el diseño de las políticas económicas en un país, y en este estudio hemos podido comprobar que, en el caso de Guatemala, ciertas técnicas de pronóstico basadas en análisis de series cronológicas pueden contribuir significativamente a facilitar dichas previsiones.

Por supuesto que dichos pronósticos nunca son exactos, y los errores siempre estarán presentes. Si los procesos subyacentes son relativamente estables, los márgenes de error no serán muy grandes, y esto es de hecho lo que generalmente se observa en el caso de los ingresos tributarios en Guatemala. Por otro lado, a veces ocurren choques de gran magnitud

⁶ Esto hace pensar que la recaudación en el año 2021 podría coincidir nuevamente, dentro del margen de error esperado, con los pronósticos basados en los modelos estimados previo a la pandemia. No se espera, por otro lado, que los pronósticos para el 2021 sean muy exactos, ya que el horizonte de pronóstico supera los 12 meses. Sería un error, en todo caso, hacer un pronóstico para 2021 usando los datos históricos del 2020, ya que dichos valores no son de ningún modo representativos del comportamiento esperado de la serie en épocas normales.

que constituyen genuinas sorpresas, por ejemplo, la reciente pandemia del Covid-19 y sus repercusiones socioeconómicas.

Las sorpresas, por definición, son impredecibles, y ningún modelo puramente estadístico es capaz de prever eventos de este tipo. Por otro lado, lo que estos modelos sí pueden proporcionar es un punto de referencia para evaluar los *efectos* de choques grandes sobre el proceso estudiado. En este estudio se emplearon los pronósticos para el año 2020 como un “control” para estimar la trayectoria esperada de los ingresos tributarios en Guatemala *si no hubiera ocurrido la pandemia*. Con esta métrica, estimamos que la reducción en los ingresos tributarios durante 2020 como consecuencia del Covid-19 fue cerca de 9 % según el modelo Box-Jenkins, y un poco menos que eso (8.4 %) según el modelo Holt-Winters. Obviamente, no podemos saber realmente si estas estimaciones son exactas o no, pero probablemente están más cerca de la verdad que la simple suposición de que todo el efecto fiscal de la pandemia se reduce a la caída en la recaudación total entre 2019 y 2020. El efecto fiscal de la pandemia parece haberse agotado hacia Sept-Oct de 2020, y los datos más recientes indican que las recaudaciones mensuales ya recuperaron (e incluso superan ligeramente) sus niveles esperados pre-pandemia.

Un tema que queda abierto para futuras investigaciones en este campo es explorar la aplicación de estas técnicas a los diferentes tipos de impuestos que integran la recaudación fiscal. Es muy probable, por ejemplo, que diferentes tipos de impuestos tengan diferentes estacionalidades en su recaudación, y algunos ingresos tributarios podrían ser más inestables o volátiles que otros. También es posible que algunos modelos se adapten mejor a ciertos impuestos que a otros, y por lo que respecta a la estimación de los efectos del Covid-19, es muy posible que el efecto haya sido mayor para algunos impuestos que para otros. Conviene, por tanto, seguir investigando para profundizar en estos temas.

REFERENCIAS

- Box, G. E. P. y G. M. Jenkins. (1970). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco, CA: Holden-Day.
- Chatfield, C. (1978). "The Holt-Winters Forecasting Procedure," *Applied Statistics*, 27 (3): 264-279.
- Enders, Walter. (1995). *Applied Econometric Time Series*. Nueva York: John Wiley & Sons.
- Fildes, Robert y Spyros G. Makridakis. (1995). "The Impact of Empirical Accuracy Studies on Time Series Analysis and Forecasting," *International Statistical Review*, 63 (3): 289-308.
- Gardner, E. S. (1985). "Exponential Smoothing: The State of the Art," *Journal of Forecasting*, 4 (1): 1-28.
- Gardner, E. S. (2006). "Exponential Smoothing: The State of the Art — Part II," *International Journal of Forecasting*, 22 (4): 637-666.
- Goldstein, Daniel G. y Gerd Gigerenzer. (2009). "Fast and Frugal Forecasting," *International Journal of Forecasting*, 25 (4): 760-72.
- Goodrich, R. L. (1989). *Applied Statistical Forecasting*. Belmont, MA: Business Forecast Systems, Inc.
- Goodwin, Paul. (2010). "The Holt-Winters Approach to Exponential Smoothing: 50 Years Old and Going Strong," *Foresight*, 19 (Fall): 30-33.
- Hamilton, James D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Harvey, A. C. (1987). "ARIMA Models," en John Eatwell, Murray Milgate y Peter Newman (eds.), *The New Palgrave: Time Series and Statistics*, pp. 22-24. Londres: Macmillan.
- Holt, Charles C. (1957). "Forecasting Seasonals and Trends by Exponentially Weighted Moving Averages." Office of Naval Research Memorandum No. 52 (Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh). Reproducido en *International Journal of Forecasting*, 20 (1) (2004): 5-10.
- Makridakis, Spyros G. y Michèle Hibon. (2000). "The M3-Competition: Results, Conclusions and Implications," *International Journal of Forecasting*, 16 (4): 451-476.

- Makridakis, Spyros G., Steven C. Wheelwright y Rob J. Hyndman. (1997). *Forecasting: Methods and Applications*, 3^a ed. Nueva York: John Wiley & Sons.
- Montgomery, D. C., L. A. Johnson y J. S. Gardiner (1990). *Forecasting and Time Series Analysis*, 2^a ed. Nueva York: McGraw-Hill.
- Nelson, Charles R. (1973). *Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting*. San Francisco, CA: Holden-Day.
- Newbold, Paul. (1975). "The Principles of the Box-Jenkins Approach," *Operational Research Quarterly*, 26 (2): 397-412.
- Ord, Keith y Robert Fildes. (2013). *Principles of Business Forecasting*. Mason, OH: South-Western Cengage Learning.
- Roberts, S. A. (1982). "A General Class of Holt-Winters Type Forecasting Models," *Management Science*, 28 (7): 808-820.
- Roberts, S. A. y P. J. Harrison. (1984). "Parsimonious Modelling and Forecasting of Seasonal Time Series," *European Journal of Operational Research*, 16 (3): 365-377.
- Stellwagen, Eric. (2012). "Exponential Smoothing: The Workhorse of Business Forecasting," *Foresight*, 27 (Fall): 23-28.
- Stellwagen, Eric y Len Tashman. (2013). "ARIMA: The Models of Box and Jenkins," *Foresight*, 30 (Summer): 28-33.
- Wang, George C. S. (2008). "A Guide to Box-Jenkins Modeling," *Journal of Business Forecasting*, 27 (1): 19-28.
- Winters, Peter R. (1960). "Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages," *Management Science*, 6 (3): 324-342.

Cuadro 1. Ingresos tributarios en Guatemala, 1995-2021 (millones de quetzales).

	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Ene	434.5	590.0	753.5	729.5	1,059.5	1,262.4	1,333.0	1,834.0	2,128.1	2,093.9
Feb	447.3	541.8	621.1	753.2	978.1	856.0	960.1	1,080.9	1,111.5	1,254.0
Mar	495.7	422.4	672.2	800.6	925.3	968.9	985.3	1,087.3	1,291.4	1,407.4
Abr	509.6	785.1	882.9	1,099.3	1,249.4	911.8	1,645.9	2,072.4	2,089.0	1,830.9
May	816.5	763.6	941.2	1,018.0	1,135.1	1,715.3	1,465.2	1,793.4	1,741.1	1,852.1
Jun	455.5	649.2	789.9	766.5	785.8	927.7	939.4	1,191.9	1,311.4	1,437.2
Jul	534.6	813.3	880.4	1,117.9	1,205.7	1,516.2	1,707.5	2,150.6	2,298.3	1,721.8
Ago	537.8	625.9	530.5	802.0	1,087.0	995.9	1,168.1	1,339.8	1,425.0	1,434.8
Sep	410.3	583.6	599.4	736.4	832.0	915.6	1,231.8	1,279.7	1,369.4	2,167.3
Oct	593.5	758.4	713.3	1,053.8	1,053.7	1,685.3	2,098.1	2,441.3	2,465.2	2,452.4
Nov	719.7	774.6	755.4	1,060.4	1,326.5	1,202.3	1,324.5	1,538.8	1,507.3	1,814.5
Dic	533.7	644.3	1,300.2	815.5	974.0	1,156.4	1,068.9	1,484.6	1,543.0	2,507.7
Total	6,488.7	7,952.2	9,440.0	10,753.1	12,612.1	14,113.8	15,927.8	19,294.7	20,280.7	21,974.0

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Ene	1,625.6	2,455.9	2,829.5	3,048.4	3,071.4	3,240.8	3,471.2	3,867.8	4,505.4	4,696.2
Feb	1,418.2	1,608.1	1,941.8	2,336.3	2,047.4	2,250.2	2,519.5	2,863.5	3,030.8	3,139.9
Mar	1,650.8	2,406.0	3,018.7	3,137.3	2,777.9	2,982.2	4,213.9	4,095.2	4,142.6	4,089.3
Abr	2,451.0	2,562.5	2,894.0	3,489.3	3,099.7	3,458.7	3,887.4	3,999.8	4,775.6	5,068.5
May	2,148.8	1,956.0	2,194.5	2,362.8	2,086.3	2,362.9	2,838.0	3,046.7	3,439.9	3,565.8
Jun	1,749.7	1,774.1	2,184.9	2,241.7	2,237.7	2,415.5	2,998.2	3,253.9	3,031.4	3,402.2
Jul	2,519.3	2,972.0	3,390.8	3,816.3	3,548.2	3,739.3	4,185.0	4,490.7	5,213.8	5,589.2
Ago	1,694.1	2,036.9	2,381.2	2,251.5	2,155.8	2,577.6	3,001.6	3,102.0	3,303.9	3,601.9
Sep	1,597.1	1,996.8	2,126.0	2,282.4	2,191.1	2,433.3	2,905.5	2,903.6	3,175.2	3,528.1
Oct	2,483.7	3,038.2	3,565.5	3,706.7	3,675.4	3,670.2	4,289.6	4,615.5	5,114.8	5,264.4
Nov	1,937.4	2,244.5	2,452.4	2,301.2	2,289.4	2,665.4	2,916.0	3,120.8	3,300.2	3,468.5
Dic	2,034.4	2,187.1	2,564.1	2,384.2	2,631.4	2,975.9	3,066.3	3,460.5	3,301.9	3,682.9
Total	23,310.1	27,238.1	31,543.4	33,358.1	31,811.7	34,772.0	40,292.2	42,819.8	46,335.5	49,096.9

Cuadro 1 — *cont.*

	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Ene	4,793.2	4,921.7	5,263.7	5,750.6	5,988.9	6,587.4	6,893.7
Feb	3,340.3	3,350.4	3,619.1	3,786.9	3,918.7	4,261.0	4,730.9
Mar	4,196.7	4,244.2	4,894.7	4,791.4	5,091.4	3,653.7	6,255.2
Abr	5,113.7	5,310.3	5,742.6	6,061.6	6,229.5	6,953.1	7,775.0
May	3,518.3	4,457.8	3,940.7	4,293.8	4,597.0	3,477.9	5,258.4
Jun	3,532.4	3,828.2	4,638.7	4,225.1	4,239.6	3,532.0	5,106.0
Jul	5,776.3	6,257.3	6,255.9	6,622.7	7,034.3	6,154.3	8,910.9
Ago	3,540.7	4,141.0	4,058.2	4,202.2	4,471.1	3,934.3	
Sep	3,429.5	3,672.8	3,771.0	3,924.8	4,264.3	4,255.6	
Oct	5,353.8	5,677.7	6,048.8	6,459.3	7,130.8	7,592.8	
Nov	3,505.1	3,977.7	4,198.7	4,448.3	4,636.1	4,731.0	
Dic	3,630.6	4,270.5	4,251.8	4,269.0	4,991.8	5,146.3	
Total	49,730.7	54,109.5	56,684.1	58,835.6	62,593.6	60,279.4	

Fuente: Banco de Guatemala (página web). En la fuente se indica el Ministerio de Finanzas Públicas como fuente primaria.

Cuadro 2. Modelos Holt-Winters y Box-Jenkins, 2010.

(A) HOLT-WINTERS					
Mes	Pronóstico	Observado	Error	EPA (%)	Error^2
2010-01	3,119.0	3,240.8	121.8	3.76	14826.7
2010-02	2,167.7	2,250.2	82.5	3.67	6808.2
2010-03	2,961.7	2,982.2	20.5	0.69	419.7
2010-04	3,274.1	3,458.7	184.6	5.34	34072.4
2010-05	2,333.9	2,362.9	29.0	1.23	840.5
2010-06	2,324.8	2,415.5	90.7	3.75	8219.2
2010-07	3,723.4	3,739.3	15.9	0.43	253.9
2010-08	2,333.0	2,577.6	244.6	9.49	59816.0
2010-09	2,340.6	2,433.3	92.7	3.81	8589.8
2010-10	3,832.2	3,670.2	-162.0	4.41	6255.7
2010-11	2,481.9	2,665.4	183.5	6.89	33678.5
2010-12	2,715.9	2,975.9	260.0	8.74	67608.3
Sumas	33,608.3	34,772.0	1,163.7		
Error Anual: 3.35 %		MAPE: 4.35 %		RMSE: 147.59	

(B) BOX-JENKINS					
Mes	Pronóstico	Observado	Error	EPA (%)	Error^2
2010-01	3,184.7	3,240.8	56.1	1.73	3147.4
2010-02	2,217.9	2,250.2	32.3	1.43	1040.4
2010-03	2,985.5	2,982.2	-3.3	0.11	10.6
2010-04	3,402.9	3,458.7	55.8	1.61	3110.0
2010-05	2,506.1	2,362.9	-143.2	6.06	20501.1
2010-06	2,387.1	2,415.5	28.4	1.18	807.5
2010-07	3,805.8	3,739.3	-66.5	1.78	4426.9
2010-08	2,435.3	2,577.6	142.4	5.52	20263.5
2010-09	2,434.1	2,433.3	-0.8	0.03	0.7
2010-10	3,939.6	3,670.2	-269.4	7.34	72554.8
2010-11	2,605.6	2,665.4	59.8	2.24	3571.6
2010-12	2,801.8	2,975.9	174.1	5.85	30301.8
Sumas	34,706.4	34,772.0	65.6		
Error Anual: 0.19 %		MAPE: 2.91 %		RMSE: 115.37	

Cuadro 3. Desempeño relativo de los modelos Box-Jenkins y Holt-Winters, 2010-2019.

	Observado	Pronóstico		Error Anual (%)		MAPE (mensual)		RMSE (mensual)	
		B-J	H-W	B-J	H-W	B-J	H-W	B-J	H-W
2010	34,772.0	34,706.4	33,608.3	0.19	3.35	2.91	4.35	115.4	147.6
2011	40,292.2	37,128.6	36,819.2	7.85	8.62	7.69	8.49	367.6	381.3
2012	42,820.0	42,892.4	42,327.3	-0.17	1.15	2.67	2.41	115.8	102.6
2013	46,335.5	46,435.1	45,277.7	-0.22	2.28	5.21	5.54	236.4	271.2
2014	49,096.9	49,670.8	48,286.0	-1.17	1.65	3.38	3.39	183.2	196.3
2015	49,730.7	52,878.4	51,843.7	-6.33	-4.25	6.64	4.52	292.7	206.6
2016	54,109.6	53,002.3	51,849.0	2.05	4.18	4.89	5.50	277.7	319.3
2017	56,684.1	57,648.3	57,503.8	-1.70	-1.45	4.19	4.37	246.4	262.3
2018	58,835.7	60,251.3	59,315.2	-2.41	-0.82	3.35	2.79	182.8	153.3
2019	62,593.6	62,107.3	61,257.1	0.78	2.14	2.66	3.11	192.6	231.4
Promedios				2.29	2.99	4.36	4.45	221.06	227.19

Cuadro 4. Factores estacionales de los modelos Holt-Winters.

	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
2010	1.161	0.803	1.093	1.203	0.854	0.847	1.351	0.843	0.842	1.373	0.886	0.965
2011	1.168	0.807	1.080	1.216	0.846	0.847	1.330	0.867	0.839	1.318	0.898	0.984
2012	1.150	0.811	1.201	1.207	0.854	0.873	1.287	0.876	0.843	1.280	0.871	0.936
2013	1.142	0.822	1.192	1.181	0.864	0.898	1.277	0.874	0.829	1.284	0.869	0.945
2014	1.183	0.820	1.157	1.227	0.886	0.852	1.322	0.869	0.828	1.302	0.860	0.903
2015	1.192	0.811	1.104	1.257	0.892	0.852	1.354	0.877	0.843	1.290	0.850	0.895
2016	1.189	0.817	1.071	1.262	0.882	0.862	1.386	0.873	0.842	1.299	0.852	0.890
2017	1.170	0.799	1.029	1.250	0.951	0.862	1.393	0.894	0.824	1.271	0.859	0.904
2018	1.162	0.796	1.049	1.247	0.905	0.924	1.366	0.881	0.817	1.281	0.873	0.901
2019	1.184	0.795	1.029	1.256	0.900	0.904	1.372	0.877	0.815	1.304	0.889	0.888
Promedios	1.170	0.808	1.100	1.231	0.884	0.872	1.344	0.873	0.832	1.300	0.871	0.921
Desv. Est.	0.017	0.010	0.063	0.028	0.031	0.027	0.039	0.013	0.011	0.029	0.016	0.034

Cuadro 5. Coeficientes de los modelos ARIMA (0,1,1)(0,1,1)₁₂.

	b[1]	B[12]
2010	0.9066	0.6497
2011	0.9078	0.6425
2012	0.9064	0.6440
2013	0.9068	0.6402
2014	0.9069	0.6458
2015	0.9074	0.6506
2016	0.9019	0.6481
2017	0.9030	0.6502
2018	0.9032	0.6475
2019	0.9025	0.6472
Promedio	0.9053	0.6566
Desv. Est.	0.0023	0.0035

Cuadro 6. Modelos Holt-Winters y Box-Jenkins, Enero 2020-Julio 2021.

2020	Observado	Pronóstico		Diferencia		Diferencia (%)	
		B-J	H-W	B-J	H-W	B-J	H-W
Enero	6,587.4	6,295.8	6,279.2	291.5	308.2	4.6	4.9
Febrero	4,261.0	4,213.5	4,173.9	47.5	87.1	1.1	2.1
Marzo	3,653.7	5,484.3	5,423.1	-1,830.6	-1,769.3	-33.4	-32.6
Abril	6,953.1	6,670.3	6,641.2	282.8	311.8	4.2	4.7
Mayo	3,477.9	4,850.0	4,830.9	-1,372.2	-1,353.0	-28.3	-28.0
Junio	3,532.0	4,724.0	4,687.3	-1,192.0	-1,155.4	-25.2	-24.6
Julio	6,154.3	7,445.1	7,419.0	-1,290.8	-1,264.7	-17.3	-17.0
Agosto	3,934.3	4,770.7	4,737.2	-836.4	-802.9	-17.5	-16.9
Septiembre	4,255.6	4,491.4	4,457.6	-235.8	-202.0	-5.3	-4.5
Octubre	7,592.8	7,284.7	7,268.7	308.1	324.0	4.2	4.5
Noviembre	4,731.0	4,894.5	4,851.9	-163.5	-120.9	-3.3	-2.5
Diciembre	5,146.3	5,063.5	5,010.0	82.9	136.3	1.6	2.7
Sumas	60,279.4	66,187.9	65,780.0	-5,908.5	-5,500.6		
		Reducción Estimada:		-8.93%	-8.36%		

2021	Observado	Pronóstico		Diferencia		Diferencia (%)	
		B-J	H-W	B-J	H-W	B-J	H-W
Enero	6,893.7	6,652.3	6,546.4	241.4	347.3	3.6	5.3
Febrero	4,730.9	4,452.0	4,350.9	278.9	380.0	6.3	8.7
Marzo	6,255.2	5,794.8	5,652.2	460.5	603.0	7.9	10.7
Abril	7,775.0	7,047.9	6,920.8	727.1	854.2	10.3	12.3
Mayo	5,258.4	5,124.6	5,033.6	133.8	224.9	2.6	4.5
Junio	5,106.0	4,991.4	4,883.3	114.6	222.7	2.3	4.6
Julio	8,910.9	7,866.6	7,728.1	1,044.3	1,182.8	13.3	15.3

Gráfico 1. Ingresos tributarios en Guatemala, Enero 2020-Julio 2021, valores observados y pronosticados.

